

7

MECANISMOSGeneralidades

Los mecanismos están constituidos por un conjunto de órganos mecánicos vinculados entre sí en forma directa o a través de un fluido, de tal forma que les permiten efectuar una determinada acción, ya sea para transmitir un movimiento, transformarlo, aplicar una fuerza, etc., según la necesidad del caso.

Clasificación

La clasificación de los mecanismo puede realizarse teniendo en cuenta las funciones que cumplen, como por ejemplo, :

- 1- Transformación de un movimiento rectilíneo en otro rectilíneo con modificación de la dirección o velocidad, como es el caso de los aparejos, poleas, palancas, etc.
- 2- Cambio de un movimiento rectilíneo alternativo en un movimiento circular, siendo alguno de éstos los conjuntos de biela-manivela, balancines, tornillos, etc.
- 3- Transformación de un movimiento circular en un movimiento rectilíneo alternativo, como el que se obtiene con las levas, excéntricas, etc.
- 4- Cambio de un movimiento circular en otro también circular pero de distintas características, como el obtenido por los engranajes, ruedas de fricción, etc.

También se los puede clasificar teniendo en cuenta la forma en que pueden transmitir el movimiento:

- a) Por contacto directo, como en el caso de los engranajes, ruedas de fricción, chavetas, etc.
- b) Mediante contacto indirecto, a través de un medio flexible vinculante, lo que se da en las poleas y correas, cuerdas, aparejos, etc.
- c) Mediante contacto indirecto a través de un medio rígido, como es el caso de la biela-manivela, excéntricas, balancines, juntas, levas, etc.
- d) Mediante un medio fluido, como se obtiene con los mecanismos hidráulicos y neumáticos.

En esta unidad se estudiarán únicamente algunos de los clasificados en el punto c.

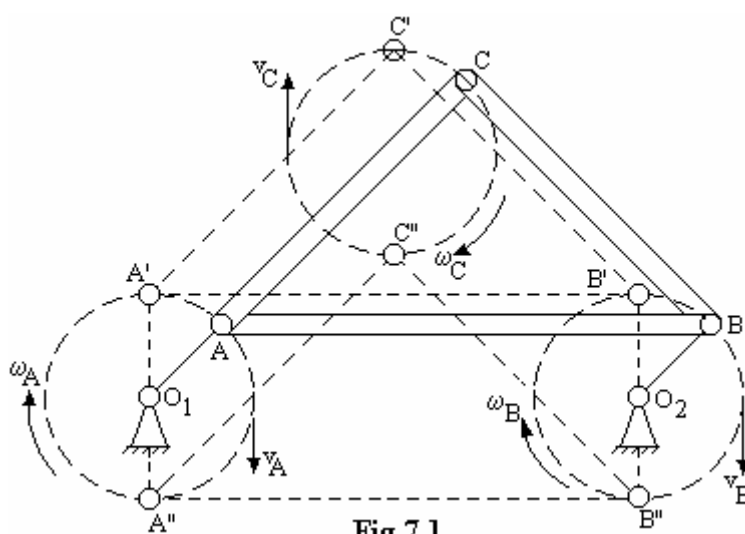
Balancines

Fig. 7.1

por las barras AB , BC y CA , que se encuentra articulado mediante la biela AB en los puntos A y B con las dos manivelas paralelas O_1A y O_2B , las cuales están a su vez articuladas en los apoyos fijos O_1 y O_2 , alrededor de los cuales rotan con velocidades angulares ω_A y ω_B iguales. Al girar, los puntos A , B y C describen trayectorias circulares, siendo las posiciones de la biela siempre

Son mecanismos articulados cuya manivela o manubrio une una biela con un punto fijo de la máquina. Con ellos se pueden transformar movimientos rectilíneos en otros circulares, o viceversa. A continuación se describirán alguno de ellos.

Balancín de movimiento circular

Este mecanismo está compuesto, según muestra la figura (Fig. 7.1), por el triángulo rígido, conformado

paralelas a O_1O_2 y la inclinación de los lados del triángulo siempre las misma, describiendo el punto C una circunferencia de radio igual a la de los puntos A y B , teniendo además una velocidad angular ω_C , igual a la de éstos.

El radio de giro por lo tanto es:

$$(7.1) \quad r = O_1A = O_2B$$

Siendo por otra parte:

$$(7.2) \quad \omega_A = \omega_B = \omega_C$$

Las velocidades tangenciales de los puntos A, B y C estarán dadas por las expresiones:

$$(7.3) \quad \text{a) } v_A = \omega_A \cdot r, \quad \text{b) } v_B = \omega_B \cdot r, \quad \text{c) } v_C = \omega_C \cdot r$$

Siendo además:

$$(7.4) \quad v_A = v_B = v_C$$

Balancín de movimiento rectilíneo (triángulo de Roberts)

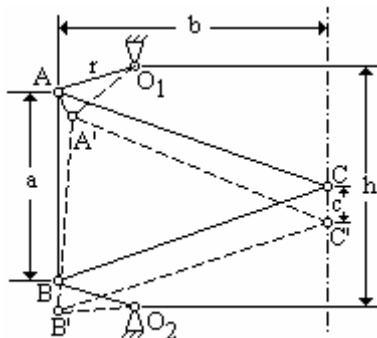


Fig.7.2

Es un triángulo rígido ABC , el cual se articula a las manivelas O_1A y O_2B , las cuales describen un movimiento circular alrededor de los puntos O_1 y O_2 respectivamente, según se muestra en la figura (Fig.7.2). El punto C del triángulo describe un movimiento rectilíneo dentro de ciertos límites y proporciones que deben guardar la altura b del mismo, su base a , la distancia h entre los apoyos y la longitud r de las manivelas AO_1 y BO_2 . Las proporciones adoptadas son:

$$(7.5) \quad \text{a) } \frac{r}{h} = 0,584 \quad \text{b) } \frac{a}{h} = 0,593 \quad \text{c) } \frac{b}{h} = 1,112$$

Paralelogramo articulado

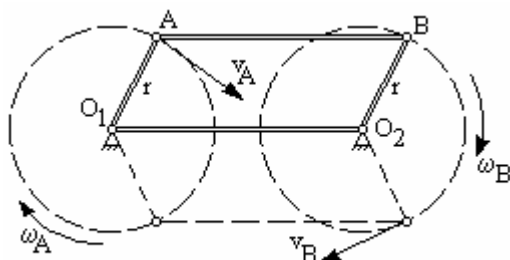


Fig.7.3

El paralelogramo ABO_1O_2 , el cual se muestra en la figura (Fig.7.3), se encuentra articulado en todos los vértices, girando las manivelas O_1A y O_2B alrededor de los puntos O_1 y O_2 de los apoyos, respectivamente, siendo la biela AB siempre paralela a O_1O_2 . Con este mecanismo se puede transmitir el movimiento circular de una rueda a otra, siendo las velocidades angulares ω_A y ω_B y las velocidades tangenciales v_A y v_B iguales para ambas ruedas. Por lo tanto, se puede escribir, siendo el radio de giro r :

$$(7.6) \quad r = O_1A = O_2B$$

$$(7.7) \quad \text{a) } \omega_A = \omega_B \quad \text{b) } v_A = v_B \quad \text{c) } v_A = \omega_A \cdot r \quad \text{d) } v_A = \omega_B \cdot r$$

Pantógrafo

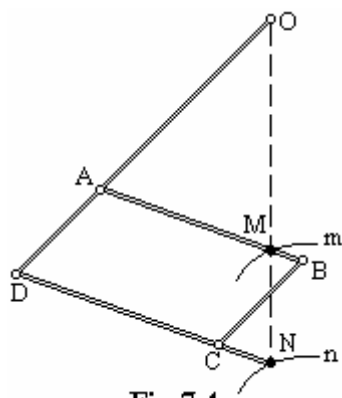


Fig.7.4

El pantógrafo, según se muestra en la figura (Fig.7.4), también se trata de un paralelogramo articulado $ABCD$, el cual tiene dos de sus lados prolongados, de tal forma que por el extremo de uno de ellos, en este caso en el lado DAO , se lo fija en el punto O , alrededor del cual puede rotar. Por el tipo de movimiento que presenta, y de acuerdo a las dimensiones del paralelogramo, recorriendo una figura con el punto M , y colocando un lápiz en el punto N se puede reproducir, ampliada dicha figura, por la semejanza existente entre los triángulos OAM y ODN , y según la relación de los segmentos OD , OA , OM y ON , como se muestra a continuación.

$$\frac{OD}{OA}$$

es constante por pertenecer a un mismo lado del paralelogramo.

$$\frac{ON}{OM} = \frac{OD}{OA} = \text{constante}$$

(7.8)

$$\frac{OD}{OA}$$

Siendo $\frac{OD}{OA}$ la relación de ampliación.

Balancín de Watt

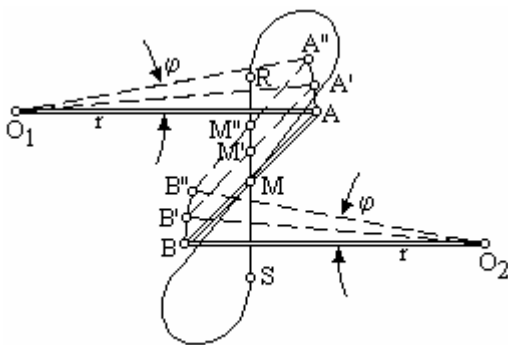


Fig.7.5

También denominado balancín de lemniscata, y que fuera empleado por James Watt en su máquina a vapor. Transforma un movimiento rectilíneo en un movimiento circular.

Según muestra la figura (Fig.7.5), el punto M describe una curva denominada lemniscata, que se caracteriza por tener una larga inflexión, lo cual permite considerar el tramo RS de la misma como una recta. Los puntos A y B efectúan una trayectoria circular, los arcos AA' y BB' respectivamente, mientras que el punto M realiza un movimiento rectilíneo alternativo. Uniendo el

punto M al émbolo de un cilindro que tiene movimiento rectilíneo alternativo, se convierte dicho movimiento en uno circular.

Si se llama s a la carrera del émbolo en el recorrido rectilíneo RS , será, aproximadamente:

$$s \cong 2r \cdot \text{sen } \varphi$$

(7.9)

Donde el radio de giro es:

$$r = O_1A = O_2B$$

(7.10)

Siendo O_1A y O_2B las manivelas, AB la biela y φ el ángulo de oscilación de las manivelas. Para aprovechar la parte recta de la lemniscata se aconseja tomar la siguiente proporción:

$$\text{a) } r \geq \frac{3s}{2} \quad \text{b) } AB \geq \frac{4}{7}s \quad \text{c) } \varphi \leq 19^\circ 30'$$

(7.11)

Mecanismo de biela manivela en máquinas de émbolos

El mecanismo biela manivela es ampliamente utilizado, principalmente en las máquinas de émbolos, tanto en motores de vapor (poco utilizados hoy en día), de explosión y de combustión interna, como en compresores.

Este mecanismo, el cual se muestra en la figura (Fig.7.6), transforma un movimiento rectilíneo alternativo en un movimiento circular, de tal modo que una fuerza que se ejerce en un extremo de la biela es transmitida a la manivela, la que a su vez la entrega a un eje imprimiéndole un movimiento de rotación, el cual es utilizado para mover otros mecanismos, como engranajes, poleas, etc.

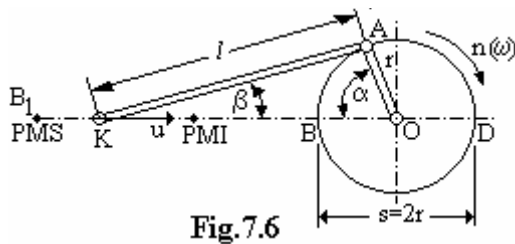


Fig.7.6

Existen distintos tipos de mecanismos de biela manivela, pero nos remitiremos únicamente al denominado mecanismo de biela manivela centrado común, pudiendo el estudiante recurrir a la bibliografía especializada para ver los otros casos.

Este mecanismo, refiriéndonos a la figura (Fig.7.6), actúa de la siguiente manera: la manivela OA, de longitud r, gira alrededor del

centro O impulsada por la biela KA, cuya longitud es l. El punto K describe una trayectoria rectilínea en tanto que el punto A describe una trayectoria circular. Al punto A se lo denomina botón de la manivela, y al punto K botón de la cruceta. Interesa conocer en este mecanismo distintos parámetros, como son, principalmente, el espacio x recorrido por el botón K de la cruceta, su velocidad u y su aceleración c, la velocidad tangencial v del botón A de la manivela, las relaciones de las fuerzas que obran sobre la cruceta K, la biela l y la manivela r y las fuerzas de inercia que actúan en la masa total del movimiento alternativo.

Espacio recorrido por el botón de la cruceta

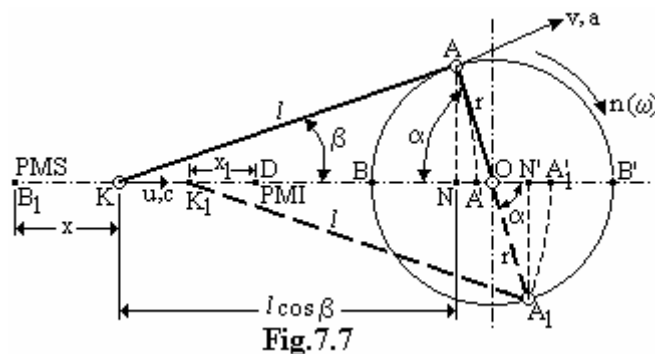


Fig.7.7

El recorrido x que realiza el botón K de la cruceta, en función de los segmentos determinados por la posición que el mismo ocupa en su traslación rectilínea de avance a lo largo del eje horizontal B₁OB' y de la proyección y traslado de la biela KA sobre este mismo eje, se lo obtiene de la siguiente manera:

$$x = BA' = BN + NA' \quad (7.12)$$

Pero es:

$$BN = r - r \cos \alpha = r (1 - \cos \alpha) \quad (7.13)$$

(7.13)

Por otra parte es:

$$NA' = l - l \cos \beta = l (1 - \cos \beta) \quad (7.14)$$

(7.14)

Reemplazando en la (7.12) los valores de BN y NA' dados por las expresiones (7.13) y (7.14) respectivamente, se tiene:

$$x = r (1 - \cos \alpha) + l (1 - \cos \beta) \quad (7.15)$$

(7.15)

Con el fin de unificar la dependencia angular del recorrido x en función del ángulo α como única variable, se considera el lado común AN de los triángulos KAN y AON , el cual, en función de los ángulos α y β , vale:

$$AN = r \operatorname{sen} \alpha = l \operatorname{sen} \beta \quad (7.16)$$

De la (7.16) se obtiene:

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{r \operatorname{sen} \alpha}{l} \quad (7.17)$$

Pero se tiene por trigonometría:

$$\cos^2 \beta = 1 - \operatorname{sen}^2 \beta \quad (7.18)$$

Resultando de la (7.18):

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} \quad (7.19)$$

Reemplazando el valor de $\cos \beta$ dado por la (7.19) en la (7.15), se obtiene:

$$x = r (1 - \cos \alpha) + l \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} \right) \quad (7.20)$$

Para el recorrido rectilíneo de retroceso del botón K de la cruceta, luego de un análisis similar, se obtiene la expresión:

$$x = r (1 - \cos \alpha) - l \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} \right) \quad (7.21)$$

Unificando al (7.20) y la (7.21), finalmente se obtiene:

$$x = r (1 - \cos \alpha) \pm l \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} \right) \quad (7.22)$$

Si la expresión $\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \alpha} = \left[1 - \left(\frac{r}{l} \operatorname{sen} \alpha \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ se la desarrolla aplicando el binomio de Newton, despreciando luego los términos a partir del tercero por no ser significativos por

resultar muy pequeños, ya que para una relación $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ y $\operatorname{sen} \alpha = 1$ resulta una fracción menor a $\frac{1}{5000} \approx 0,0002$, se obtiene:

$$\left[1 - \left(\frac{r}{l} \operatorname{sen} \alpha \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cong 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{l} \operatorname{sen} \alpha \right)^2$$

(7.23)

Reemplazando el valor hallado de la (7.23) en la (7.22), esta última queda como:

$$x = r (1 - \cos \alpha) \pm \frac{r^2}{2l} \operatorname{sen}^2 \alpha = r (1 - \cos \alpha \pm \frac{r}{2l} \operatorname{sen}^2 \alpha)$$

(7.24)

La (7.24) es la expresión reducida del desplazamiento del botón K de la cruceta. Generalmente el valor de la relación que existe entre las longitudes r de la manivela y l de la biela se la designa como:

$$\lambda = \frac{r}{l}$$

(7.25)

Por lo que la expresión (7.24), teniendo en cuenta la (7.25), se la puede escribir como:

$$x = r (1 - \cos \alpha \pm \frac{1}{2} \lambda \operatorname{sen}^2 \alpha)$$

(7.26)

Velocidad del émbolo o del botón K de la cruceta

Si se deriva la expresión (7.24), que da el desplazamiento x en su forma reducida, con respecto al tiempo se obtiene la velocidad u del botón K de la cruceta:

$$\frac{dx}{dt} = u = r \operatorname{sen} \alpha \frac{d\alpha}{dt} \pm \frac{r^2}{2l} \operatorname{sen} 2\alpha \frac{d\alpha}{dt}$$

(7.27)

Por ser la velocidad angular ω :

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}$$

(7.28)

Reemplazando la derivada por su valor ω dado por la (7.28) en la (7.27), y sacando factor común resulta:

$$u = r \omega (\operatorname{sen} \alpha \pm \frac{r}{2l} \operatorname{sen} 2\alpha)$$

(7.29)

Pero como la velocidad tangencial del botón de la manivela es:

$$r \cdot \omega = v$$

(7.30)

Se obtiene, reemplazando la (7.30) en la (7.29):

$$u = v (\operatorname{sen} \alpha \pm \frac{r}{2l} \operatorname{sen} 2\alpha)$$

(7.31)

Valores máximos y mínimos de la velocidad u

Los valores mínimos de la velocidad u de la cruceta se los tiene en los puntos muertos superior e inferior donde la misma se hace cero, es decir para $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 180^\circ$, es:

$$u = 0 \quad (7.32)$$

En ambos puntos la velocidad y el desplazamiento cambian de sentido.

Para obtener los valores máximos de la velocidad u se deriva la expresión (7.31) respecto del ángulo α :

$$\frac{du}{d\alpha} = \cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \quad (7.33)$$

Se obtiene la segunda derivada a los efectos de verificar si se trata de un máximo. Igualando a cero la (7.33) para conocer el punto que da el valor máximo, se obtiene:

$$\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha = 0 \quad (7.34)$$

A los efectos de facilitar la resolución de la expresión (7.34) se efectúan transformaciones trigonométrica, resultando:

$$\cos^2 \alpha \pm \frac{l}{2r} \cos \alpha - \frac{1}{2} = 0 \quad (7.35)$$

Resolviendo la anterior, se tiene:

Para el desplazamiento desde el PMS al PMI, es decir considerando el signo más en la (7.35):

$$\cos \alpha_0 = \frac{-\frac{l}{4r} + \sqrt{\frac{l^2}{16r^2} + \frac{1}{2}}}{1} \quad (7.36)$$

Y para el retroceso, es decir del PMI al PMS, considerando el signo menos en la (7.35):

$$\cos \alpha_0 = \frac{\frac{l}{4r} - \sqrt{\frac{l^2}{16r^2} + \frac{1}{2}}}{1} \quad (7.37)$$

Las expresiones (7.36) y (7.37) solo aceptan el valor con el signo más para la raíz ya que se debe cumplir:

$$\cos \alpha_0 \leq 1 \quad (7.38)$$

Según sean los valores de r y l resultará el valor de α_0 . Para el valor $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$ se obtienen los siguientes valores de α_0 para el avance y retroceso del botón K de la cruceta:

$$\cos \alpha_0 = 0,1861 \Rightarrow \alpha_0 = 79^\circ 16' \quad (7.39)$$

Para el retroceso, según la (7.37) $\cos \alpha_0 = -0,1861 \Rightarrow \alpha_0 = 100^\circ 44'$
(7.40)

Velocidad tangencial v del botón de la manivela

La manivela r rota alrededor del eje O con una velocidad angular ω por acción de la biela l , que le transmite el movimiento del botón K de la cruceta que se desplaza a la velocidad u . El botón A de la manivela, según se muestra en la figura (Fig.7.7), tiene una velocidad tangencial v , la cual dependerá de la longitud r de la manivela y de su velocidad angular ω . Por lo tanto resulta:

$$v = \omega \cdot r \quad (7.41)$$

Siendo ω , para n vueltas por minuto:

$$\omega = \frac{2\pi n r}{60} \quad (7.42)$$

Por lo que la (7.41), reemplazando el valor de ω dado por la (7.42), queda:

$$v = \frac{2\pi n r}{60} \cdot r \quad (7.43)$$

La velocidad u dada por la (7.31), resultará por lo tanto:

$$u = \frac{2\pi n r}{60} \left(r \sin \alpha \pm \frac{r}{l} \sin 2\alpha \right) \quad (7.44)$$

Aceleración c del botón K de la cruceta o del émbolo

Siendo variable la velocidad u del botón de la cruceta o del émbolo, se puede obtener su aceleración derivando la velocidad u , dada por la expresión (7.29), respecto del tiempo, según se indica a continuación:

$$\frac{du}{dt} = c = r \cdot \omega \left(\cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \frac{d\alpha}{dt} \right) \quad (7.45)$$

Como es: $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$
(7.46)

Se puede sacar como factor común de la (7.45), obteniéndose:

$$c = r \cdot \omega^2 \left(\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \quad (7.47)$$

Pero es: $\omega^2 = \frac{v^2}{r^2}$
(7.48)

La (7.47), teniendo en cuenta la (7.48), se puede escribir:

$$c = \frac{v^2}{r} \left(\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right) \quad (7.49)$$

Valores máximos y mínimos de la aceleración c

La aceleración es máxima cuando el movimiento cambia de sentido, es decir en los PMS y PMI, donde la velocidad u del botón K de la cruceta se hace cero, es decir, para $u = 0$, $\alpha = 0^\circ$ y $\alpha = 180^\circ$ la aceleración c es máxima.

La aceleración c se hace mínima, es decir, igual a cero, para u máxima, ya que a partir de ahí c cambia de sentido oponiéndose al movimiento, comenzando u a disminuir. Para la relación ya

$$\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$$

considerada anteriormente $\frac{r}{l} = \frac{1}{5}$, el valor mínimo de la aceleración se da para $\alpha = 79^\circ 16'$ y $\alpha = 100^\circ 44'$. Para una relación distinta a 1/5 entre r y l , c se hace cero para valores de α distintos a los indicados.

Relaciones de las fuerzas que obran sobre el vástago, cruceta, biela y manivela

En la figura (Fig.7.8) se muestran las fuerzas que actúan sobre el botón de la cruceta K y que se transmiten, a través de la biela l , al botón A de la manivela, y de ésta al eje O .

La fuerza P , la que se supone constante y aplicada en el botón K de la cruceta, se descompone en dos fuerzas, una fuerza N en la dirección normal a la superficie de apoyo, y la otra fuerza S en la dirección del eje de la biela.

La primera N , perpendicular a la trayectoria de deslizamiento, tiene por valor, en función de P :

$$(7.50) \quad N = P \cdot \operatorname{tg} \beta$$

La segunda S , a lo largo de la biela, también en función de P , vale:

$$(7.51) \quad S = \frac{P}{\cos \beta}$$

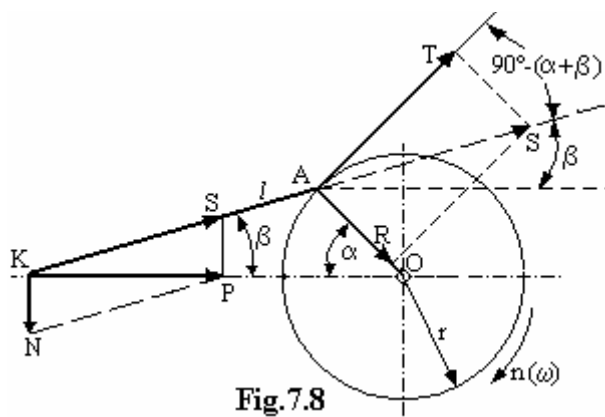


Fig.7.8

La fuerza S se transmite al botón A de la manivela donde se descompone en una fuerza T tangente a la trayectoria, y otra fuerza R de dirección radial hacia el centro O , siendo sus valores, según se indica en la figura:

$$(7.52) \quad T = S \cdot \operatorname{sen} (\alpha + \beta)$$

Reemplazando S por su valor, según la expresión (7.51) en la (7.52), se obtiene:

$$(7.53) \quad T = \frac{P}{\cos \beta} \operatorname{sen} (\alpha + \beta)$$

De igual forma se tiene para R :

$$(7.54) \quad R = S \cdot \cos (\alpha + \beta)$$

Reemplazando en la (7.54) el valor de S dado por la (7.51), se tiene:

$$(7.55) \quad R = \frac{P}{\cos \beta} \cos(\alpha + \beta)$$

Se presentan algunos casos particulares en el comportamiento de las fuerzas.

1- Para $\alpha + \beta = 90^\circ$, en la (7.53) y en la (7.55) se tiene el máximo valor de T y el menor de R :

$$(7.56) \quad \text{a) } T = S = \frac{P}{\cos \beta} \quad \text{y} \quad \text{b) } R = 0$$

2- Para $\alpha = 90^\circ$, es:

$$(7.57) \quad \text{a) } \operatorname{sen} \beta = \frac{r}{l} = \lambda \quad \text{y} \quad \text{b) } \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2}} = \sqrt{1 - \lambda^2}$$

Además resulta:

$$(7.58) \quad \text{a) } S = \frac{P}{\cos \beta} = \frac{P}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \quad \text{y} \quad \text{b) } N = P \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{P \cdot \lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} = \frac{P}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}$$

Siendo ambos valores de S y N máximos pues es β máximo y por lo tanto $\cos \beta$ mínimo.

Por otra parte, reemplazando en la (7.53) y en la (7.55) los valores de $\operatorname{sen} \beta$ y $\cos \beta$ dados por la (7.57), se obtiene:

$$(7.59) \quad \text{a) } T = S \cdot \cos \beta = P \quad \text{y} \quad \text{b) } R = S \cdot \operatorname{sen} \beta = P \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Fuerza de inercia que actúa en la masa total del movimiento rectilíneo alternativo

Si la masa del émbolo con sus aros, vástago, cruceta y una parte de la biela se la supone concentrada en la cruceta, siendo esta masa igual a:

$$(7.60) \quad M = \frac{G}{g}$$

Y si la aceleración c de esta masa considerada, está dada por la expresión (7.49) vista anteriormente, la fuerza de inercia que actúa será:

$$(7.61) \quad F = \frac{G}{g} \cdot c = \frac{G}{g} \frac{v^2}{r} \left(\cos \alpha \pm \frac{r}{l} \cos 2\alpha \right)$$

Esta fuerza actúa oponiéndose en el período de la aceleración a la fuerza que produce el vapor o combustible, y sumándose en el período de deceleración de la misma. Teniendo en cuenta F y la diferencia de presiones entre ambas caras del émbolo puede calcularse P .

Guía de Evans

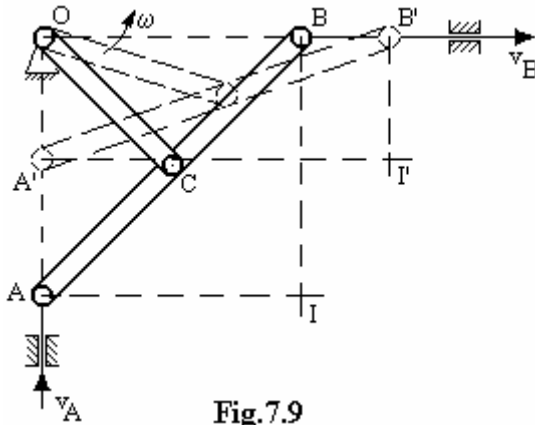


Fig.7.9

Con este mecanismo se logra transformar un movimiento rectilíneo en otro movimiento rectilíneo de dirección perpendicular al primero. El mecanismo consta, según se muestra en la figura (Fig.7.9), de una manivela *OC* que puede girar alrededor del punto *O*, y de una biela *AB*, articulada a la manivela *OC* en su punto medio *C*. Para el movimiento de traslación del punto *A* le corresponde otro en la dirección perpendicular para el punto *B*.

Como las velocidades de *A* y *B* tienen la dirección de los ejes que recorren, trazando las normales a estos ejes para cada posición, se obtiene en la intersección de ambos el centro

instantáneo de rotación, según se indica en la figura (Fig.7.9) para las dos posiciones, en los puntos *I* e *I'*. Si es ω la velocidad angular instantánea con que gira la manivela *OC*, se tiene, para las velocidades lineales de los puntos *A* y *B*:

$$(7.62) \quad v_A = \omega \cdot AI$$

y

$$(7.63) \quad v_B = \omega \cdot BI$$

Si se divide miembro a miembro la (7.62) por la (7.63), se tendrá:

$$(7.64) \quad \frac{v_A}{v_B} = \frac{\omega \cdot AI}{\omega \cdot BI} = \frac{AI}{BI}$$

Pero como es:

$$(7.65) \quad \text{a) } AI = OB \quad \text{y} \quad \text{b) } BI = OA$$

Reemplazando los valores de *AI* y *BI* dados por la (7.65) en la expresión (7.64), se obtiene:

$$(7.66) \quad \frac{v_A}{v_B} = \frac{OB}{OA}$$

Es decir que las velocidades de los puntos *A* y *B* se hallan en relación inversa de su distancia al centro *O*.

Juntas

Se denominan juntas a los mecanismos destinados a transmitir el movimiento entre dos ejes próximos, teniendo la propiedad de permitir que el conjunto mecánico funcione correctamente aunque no exista una alineación perfecta entre ambos ejes. Según el tipo de desalineación existente existen distintos tipos de juntas, limitándonos a describir dos de las más comunes, como son la junta de Oldham y la junta de Cardan. Para conocer otros tipos de juntas el estudiante deberá remitirse a la bibliografía especializada, indicándose algunos títulos al final de la unidad.

Junta de Oldham

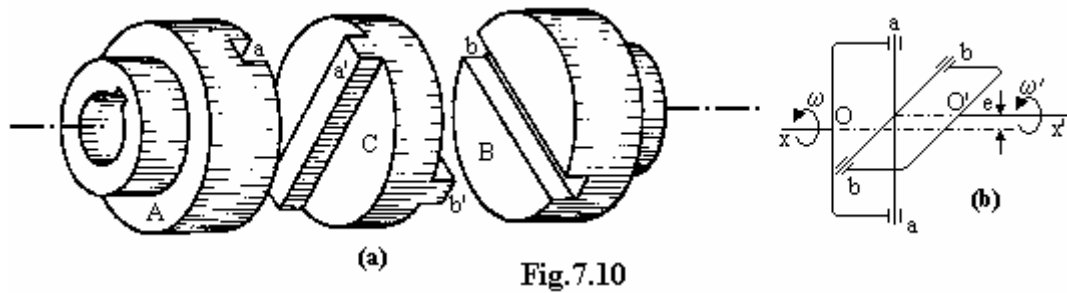


Fig.7.10

Este tipo de junta, la cual se muestra en la figura (Fig.7.10), permite el acople de árboles cuyos ejes están desalineados transversalmente, cuando esta desalineación es pequeña. Es decir que ambos ejes son paralelos entre sí, existiendo una excentricidad entre ambos ejes.

En la figura (Fig.7.10a), se pueden observar los dos discos extremos A y B, en los cuales se han practicado las ranuras diametrales a y b respectivamente, dentro de las cuales se introducen los resaltes o nervaduras diametrales a' y b' del disco intermedio C, lo cual permite que los ejes se acomoden según su real posición y se acoplen, lográndose la transmisión del giro. La figura (Fig.7.10b) muestra la excentricidad e entre los ejes x y x', permitiendo la junta la transmisión del movimiento de giro de un eje al otro, resultando las velocidades angulares respectivas ω y ω' del eje motor y del eje receptor iguales por ser rígidos los discos y los ángulos de giro descritos por los mismos iguales, si bien el centro O' de este último describe un movimiento circular de radio e alrededor del centro O del primero. Por lo tanto se puede escribir:

$$\omega = \omega' \tag{7.67}$$

Junta de Cardan

Con la junta de Cardan, la que se muestra en la figura (Fig.7.11), se logra transmitir el giro de un árbol motor a otro árbol receptor aunque exista una desviación angular entre sus ejes.

Esta formada, como indica la figura (Fig.7.11a), por dos horquillas A y B que se fijan a los extremos de cada uno de los ejes que están formando entre sí un ángulo δ mayor a 135°, las cuales se vinculan con una cruz rígida C mediante cojinetes que permiten la rotación de las horquillas A y B respectivamente, alrededor de los ejes aa' y bb' formados por los brazos de la cruz. En la figura (Fig.7.11b) se muestra el ángulo δ y su suplemento, el ángulo α, debiendo ser este último menor o igual a 45°.

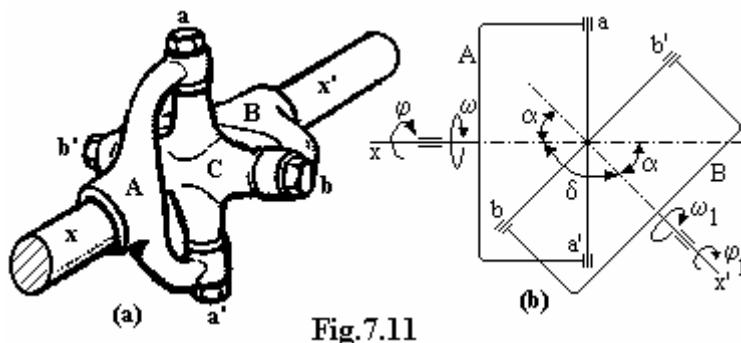


Fig.7.11

Si bien el número de vueltas es el mismo para cada eje, mientras en el árbol motor la velocidad angular ω se mantiene constante, en el árbol receptor la velocidad angular ω' varía periódicamente entre un máximo y un mínimo, en función del ángulo α, lo que se puede demostrar haciendo el siguiente análisis:

Si el eje x describe en su movimiento de rotación un ángulo φ y el eje x' un ángulo φ₁, formando entre ellos el ángulo α, analizando la figura (Fig.7.11b), según la trigonometría esférica se tiene:

$$\text{tg } \varphi = \text{tg } \varphi_1 \cos \alpha \tag{7.68}$$

Las velocidades angulares ω y ω_1 son proporcionales respectivamente a los ángulos φ y φ_1 y x' , por lo que se puede escribir:

$$\frac{d\varphi}{d\varphi_1} = \frac{\omega}{\omega_1}$$

(7.69)

Si se deriva la (7.68) respecto de φ y φ_1 se obtiene:

$$\frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} = \frac{d\varphi_1}{\cos^2 \varphi_1} \cos \alpha$$

(7.70)

Haciendo pasaje de términos en la expresión (7.70) se obtiene:

$$\frac{d\varphi}{d\varphi_1} = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi_1} \cos \alpha$$

(7.71)

Pero además se tiene que es:

$$\frac{1}{\cos^2 \varphi_1} = 1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1$$

(7.72)

Reemplazando los valores dados por la expresión (7.72) en la (7.71), se obtiene:

$$\frac{d\varphi}{d\varphi_1} = \frac{\cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi_1} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1) \cos \alpha$$

(7.73)

Por otra parte es:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\cos \alpha} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \varphi_1 = \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{\cos^2 \alpha}$$

(7.74)

Reemplazando este valor en la expresión (7.73), teniendo en cuenta la (7.69) y efectuando operaciones matemáticas y reemplazos correspondientes, se obtiene:

$$\frac{\omega_1}{\omega} = \frac{\cos \alpha}{1 - \cos^2 \varphi \operatorname{sen}^2 \alpha}$$

(7.75)

La expresión (7.75) nos permite analizar las relaciones entre las velocidades angulares de ambos ejes, para distintos valores del ángulo φ :

Si es $\varphi = 0^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 1$, se obtiene el máximo valor para la relación (7.75), siendo:

$$\omega_{1\max} = \frac{\omega}{\cos \alpha}$$

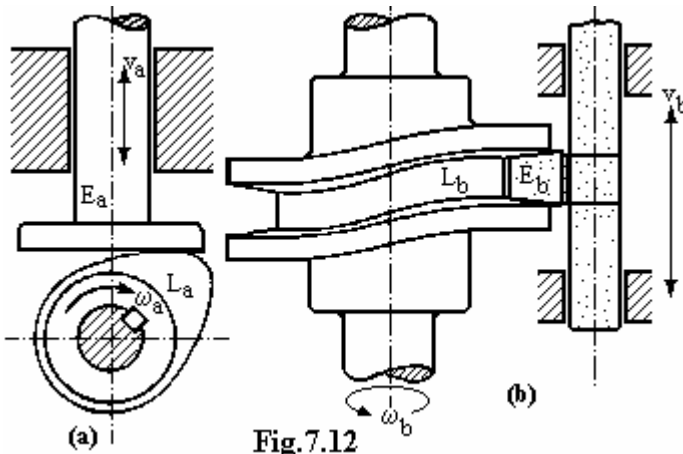
(7.76)

Si es $\varphi = 0^\circ$ y $\varphi = 270^\circ \Rightarrow \cos^2 \varphi = 0$, se obtiene el valor mínimo para la relación (7.75):

$$(7.77) \quad \omega \quad 1 \text{ min} \quad = \quad \omega \quad \cos \alpha$$

Levas

Las levas son mecanismos utilizados para transformar un movimiento giratorio en un movimiento rectilíneo alternativo. Según sea el perfil de la leva se obtienen distintos tipos de movimientos.



En la figura (Fig.7.12a) se muestra una leva de placa L_a , la cual al girar con una velocidad angular ω_a mueve la pieza empujada E_a a una velocidad v_a en forma perpendicular a su eje, en tanto que la leva circular L_b de la figura (Fig.7.12b), rotando con una velocidad angular ω_b mueve la pieza empujada E_b a una velocidad v_b en forma paralela a su eje. Las superficies de las levas reciben un tratamiento térmico especial, cementándolas especialmente para

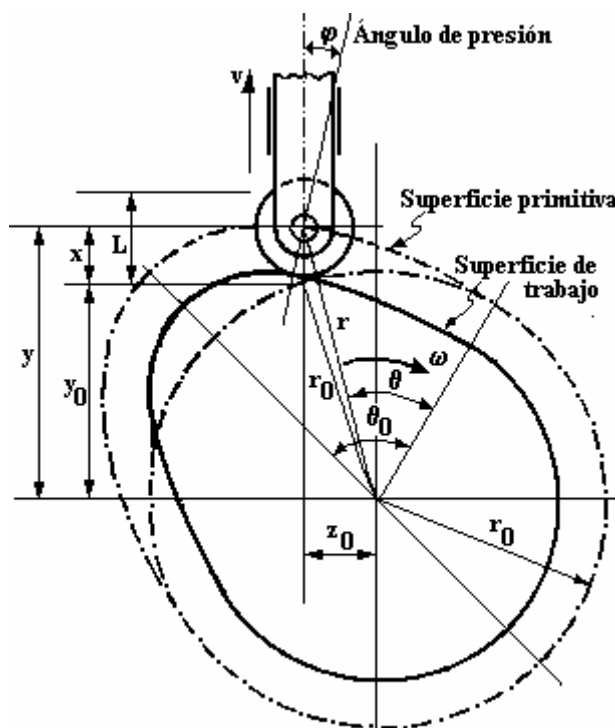
endurecerlas y evitar su desgaste prematuro.

A continuación se describirán las características constructivas de los perfiles de algunas levas.

Leva de disco y rueda de contacto

A medida que gira la leva, la rueda de contacto o pieza empujada se eleva con un movimiento determinado por el perfil de la leva. A los efectos de realizar el análisis del movimiento se estudia la superficie primitiva que describe el centro de la rueda de contacto, según muestra la figura (Fig.7.13), al rodar sobre la superficie de trabajo de la leva. El círculo base primitivo tiene por radio a r_0 . Cuando la leva rota el ángulo θ_0 , se produce la elevación L . El eje de simetría de la pieza empujada o rueda de contacto está desplazado respecto del eje de la leva la distancia z_0 . La elevación x se produce durante una rotación θ medida desde el radio al comienzo de la elevación al radio r del centro de la rueda de contacto.

Si la rotación θ se produce durante el tiempo t , y si es ω la velocidad angular de la leva, resulta:



$$(7.78) \quad \theta = \omega t$$

Si es ω constante, será:

$$(7.79) \quad \text{a) } d\theta = \omega dt \Rightarrow \text{b) } \omega = \frac{d\theta}{dt}$$

De la figura (Fig.7.13) se obtiene, aplicando Pitágoras:

$$(7.80) \quad r_0^2 = y_0^2 + z_0^2$$

o también:

$$(7.81) \quad z_0^2 = r_0^2 - y_0^2$$

Además:

Fig. 7.13

$$r^2 = (y_0 + x)^2 + z_0^2 \quad (7.82)$$

La (7.82) se puede escribir, desarrollando el cuadrado del binomio y reemplazando el valor de z_0^2 por su valor dado por la (7.81):

$$r^2 = r_0^2 + 2y_0x + x^2 \quad (7.83)$$

De acuerdo al perfil de las levas, según las ecuaciones que dan la elevación x de la pieza empujada, ésta puede ser parabólica, armónica o cicloidal. La ecuación (7.82), si se tiene la expresión adecuada de x , da la superficie primitiva de la leva.

Las ecuaciones que dan el desplazamiento, velocidad y aceleración con los tipos de perfiles de levas mencionados, se dan a continuación:

Leva parabólica o de aceleración constante

| | Desplazamiento x | Velocidad | Aceleración |
|---|---|--|-------------|
| Para $\frac{\theta}{\theta_0} \leq 0,5$: $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{4L\omega^2}{\theta_0^2}$ | $x = 2L \frac{\theta^2}{\theta_0^2}$ | $\frac{dx}{dt} = \frac{4L\omega\theta}{\theta_0^2}$ | |
| Para $\frac{\theta}{\theta_0} \geq 0,5$: $\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4L\omega^2}{\theta_0^2}$ | $x = L \left[1 - 2 \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0} \right)^2 \right]$ | $\frac{dx}{dt} = \frac{4L\omega}{\theta_0} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0} \right)$ | |

Leva armónica cosenoidal

| | Desplazamiento | Velocidad | Aceleración |
|--|---|-----------|---|
| | $x = \frac{L}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi\theta}{\theta_0} \right)$ | | $\frac{dx}{dt} = \frac{\pi L\omega}{2\theta_0} \operatorname{sen} \frac{\pi\theta}{\theta_0}$ |
| | $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\pi^2 L\omega^2}{2\theta_0^2} \cos \frac{\pi\theta}{\theta_0}$ | | |

Leva cicloidal

| | Desplazamiento | Velocidad | Aceleración |
|--|--|--|--|
| | $x = \frac{L}{\pi} \left(\frac{\pi\theta}{\theta_0} - \frac{1}{2} \operatorname{sen} \frac{2\pi\theta}{\theta_0} \right)$ | $\frac{dx}{dt} = \frac{L\omega}{\theta_0} \left(1 - \cos \frac{2\pi\theta}{\theta_0} \right)$ | $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{2\pi L\omega^2}{\theta_0^2} \operatorname{sen} \frac{2\pi\theta}{\theta_0}$ |

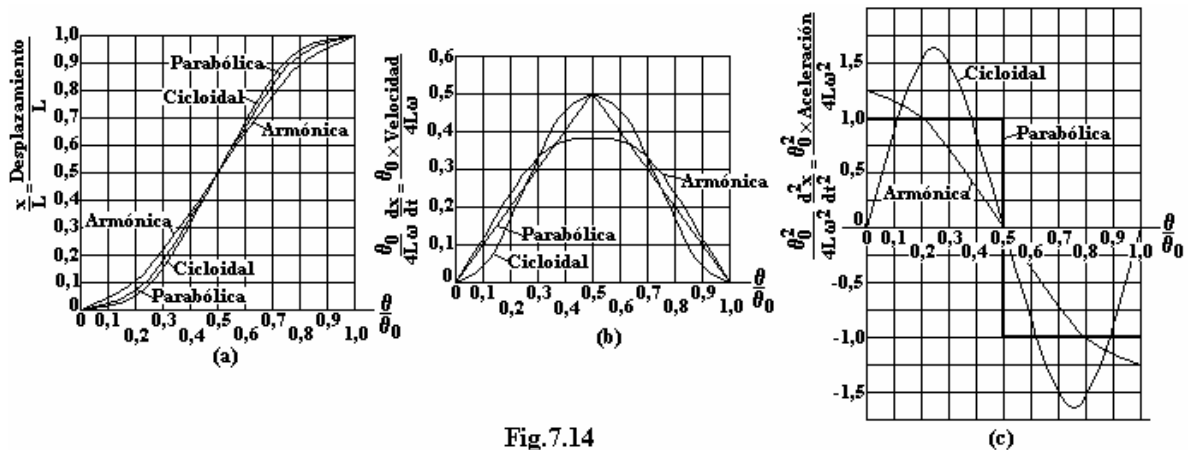


Fig. 7.14

En la figura (Fig.7.14) se muestran las curvas representativas del (a) desplazamiento, (b) velocidad y (c) aceleración, en función de θ y θ_0 para los tres tipos de levas, parabólica, cicloidal y armónica.

Como las fuerzas de inercia inducidas en las masas movidas por la leva son proporcionales a la aceleración de la pieza empujada, se debe utilizar aquella leva que produzca la menor aceleración máxima compatible con un movimiento con cambios graduables de aceleración. Analizando la gráfica de las aceleraciones, se observa que con las levas de perfiles parabólicos se obtienen los menores valores máximos de aceleración, pero presentan cambios muy bruscos de valores al principio, mitad y final de la elevación. Con las de perfiles armónicos se obtienen cambios graduables en el valor de la aceleración, salvo al principio y al final de la elevación. Con las levas de perfiles cicloidales, si bien los valores de aceleración obtenidos son mayores que con las otras, los mismos son de cambios graduables, menos bruscos.

La fuerza ejercida por la leva está dirigida generalmente en forma normal a su superficie, y no en la dirección del movimiento de la pieza empujada. El ángulo formado por estas dos direcciones se lo conoce como ángulo de presión φ . Debido a la existencia de este ángulo existe una fuerza lateral ejercida por la pieza empujada sobre sus guías. Por este motivo se recomienda que φ no supere los 30° . De todos modos, su valor admisible está dado por la velocidad necesaria de funcionamiento y el peso de las partes en movimiento.

Presenta gran dificultad la construcción de una leva maestra con dimensiones exactas, el que se realiza por lo general mediante el fresado con una herramienta de igual diámetro que la rueda de contacto, dándose valores grado por grado a la distancia r desde el centro de la leva al centro de la rueda de contacto de la pieza empujada, con el acabado a mano de la leva.

Levas de placa de arco circular con rueda de contacto

El perfil de este tipo de levas se construye utilizando arcos de circunferencias, con distintos centros y radios. En la figura (Fig.7.15) se muestra el esquema de una de estas levas y la obtención de su perfil. Está compuesto por tres arcos de circunferencias: el arco CK_0 tiene un radio r_0 y el centro en O ; el arco K_0K_2 tiene su centro en A_1 y radio $r + r_0$, y el arco K_2K_4 tiene centro en A_2 y radio r_n . Cuando la leva gira un ángulo β se produce el desplazamiento máximo L de la pieza empujada.

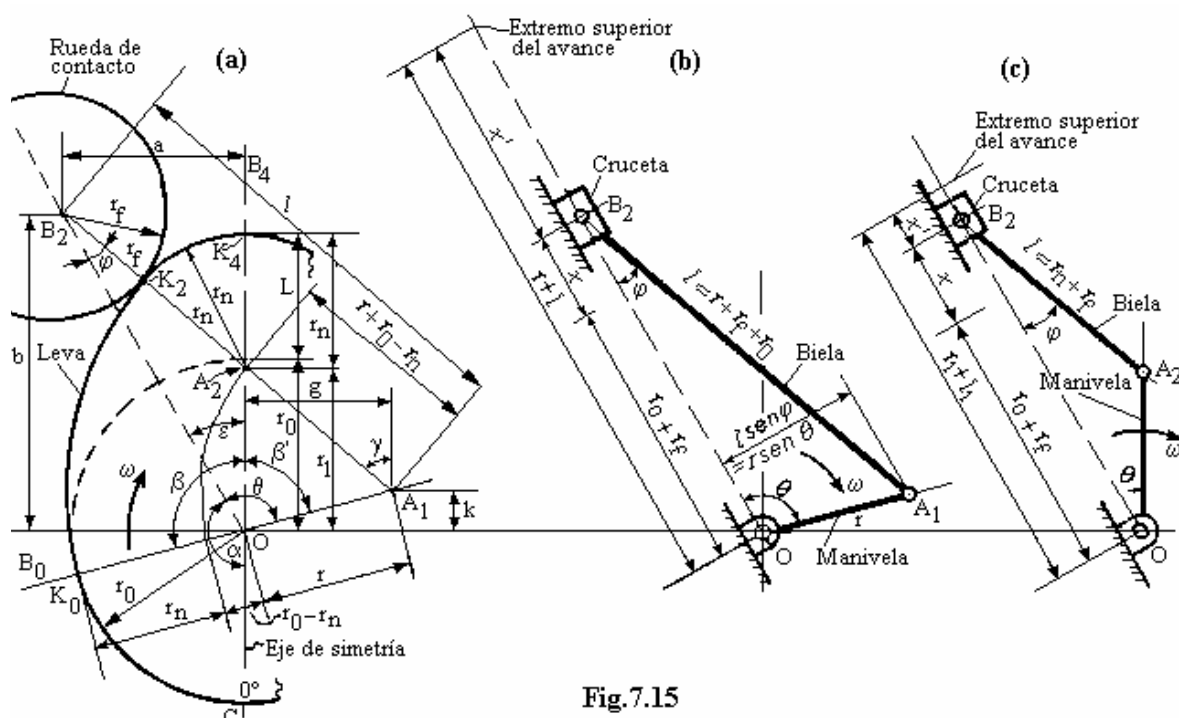


Fig. 7.15

El estudio se realiza considerando la leva fija mientras que la pieza empujada, toma distintas posiciones angulares alrededor de un centro de rotación O a través de la rueda de contacto.

Durante el contacto de la rueda con el arco CK_0 no hay elevación de la pieza empujada, ya que pertenece a la circunferencia de radio r_0 y por lo tanto, el centro B_2 de la rueda se halla en su posición más baja. Cuando la rueda de contacto se posiciona en algún punto del arco K_0K_2 , como los radios A_1K_2 y r_f son constantes, la distancia l entre los centros A_1 y B_2 se mantiene constante, siendo además el radio r , distancia entre O y A_1 , también constante. Cuando la leva gira y empuja a la rueda de contacto, se puede asimilar el movimiento, en cualquier punto del arco K_0K_2 , al del mecanismo de biela manivela de la figura (7.15b), siendo el desplazamiento del centro B_2 de la rueda igual al del botón B_2 de la cruceta, según se indica en la misma.

En la figura (Fig. 7.15b), suponiendo el centro de coordenada O , el desplazamiento x' que experimenta el botón B_2 de la cruceta desde el extremo superior del avance hacia el centro O , cuando las posiciones angulares de la biela l y de la manivela r con respecto a OB_2 son φ y θ respectivamente, es igual a:

$$(7.84) \quad x' = l + r - [-r \cos(180^\circ - \theta) + l \cos \varphi]$$

Por ser $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$, la (7.84) se puede escribir:

$$(7.85) \quad x' = l + r - r \cos \theta - l \cos \varphi$$

Elevación x de la pieza empujada

La elevación x del centro B_2 de la pieza empujada para cualquier posición angular θ , se obtiene restando a la distancia total OB_2 entre centros de la leva y rueda de contacto, la suma $r_0 + r_f$ de sus radios, que es la altura de la pieza empujada en su posición más baja. Por lo tanto se tendrá:

$$(7.86) \quad x = r + l - x' - (r_0 + r_f)$$

Reemplazando el valor de x' dado por la (7.85), se obtiene:

$$x = r \cos \theta + l \cos \varphi - (r_0 + r_f) \quad (7.87)$$

Si se deriva la función de x dada por la (7.87) respecto del tiempo, se obtiene la velocidad con que se desplaza el botón B_2 de la cruceta:

$$u = \frac{dx}{dt} = r \operatorname{sen} \theta \frac{d\theta}{dt} + l \operatorname{sen} \varphi \frac{d\varphi}{dt} \quad (7.88)$$

La velocidad angular de la manivela es:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (7.89)$$

Además de la figura (Fig.7.15) se deduce que es:

$$\text{a) } l \operatorname{sen} \varphi = r \operatorname{sen} \theta \quad \Rightarrow \quad \text{b) } \operatorname{sen} \varphi = \frac{r}{l} \operatorname{sen} \theta \quad (7.90)$$

De la (7.90) se obtiene:

$$\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left(\frac{r}{l} \operatorname{sen} \theta \right) \quad (7.91)$$

Derivando φ respecto de θ se obtiene:

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\frac{r}{l} \cos \theta}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{l^2} \operatorname{sen}^2 \theta}} = \frac{r \cos \theta}{l \cos \varphi} \quad (7.92)$$

Por otra parte, si a $d\varphi/dt$ se lo multiplica y divide por $d\theta$, y reemplazando $d\theta/dt$ por su valor ω dado por la (7.89), se puede escribir:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\omega \frac{r}{l} \cos \theta}{\cos \varphi} = \frac{r \omega \cos \theta}{l \cos \varphi} \quad (7.93)$$

Si se sustituye el valor de $d\varphi/dt$ dado por la (7.93) en la (7.88) y sacando factor común $r\omega$, se obtiene finalmente, para el valor de u :

$$u = \frac{dx}{dt} = r\omega (\operatorname{sen} \theta + \cos \theta \operatorname{tg} \varphi) \quad (7.94)$$

Para obtener la aceleración c del botón B_2 de la cruceta se deriva la función de u dada por la (7.94) respecto del tiempo, obteniéndose:

$$c = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = r\omega \left(\omega \cos \theta + \cos \theta \sec^2 \varphi \frac{d\varphi}{dt} - \omega \operatorname{sen} \theta \operatorname{tg} \varphi \right)$$

(7.95)

Reemplazando en la (7.95) el valor de $d\varphi/dt$ dado por la (7.93) y sacando factor común $r\omega$, se obtiene:

$$c = r\omega^2 \left(\cos \theta + \frac{r \cos^2 \theta}{l \cos^3 \varphi} - \operatorname{sen} \theta \operatorname{tg} \varphi \right)$$

(7.96)

Se pueden obtener otras relaciones útiles aplicando el teorema del coseno al triángulo OA_1A_2 , como por ejemplo:

$$\overline{A_1A_2}^2 = (r + r_0 - r_n)^2 = r^2 + r_1^2 - 2r r_1 \cos \beta'$$

(7.97)

Donde es r_1 la altura vertical OA_2 y el ángulo β' es el ángulo OA_1A_2 .

Por otra parte, de la figura (Fig.7.15) también se pueden obtener las siguientes relaciones:

$$\text{a) } r_1 + r_n = L + r_0 \quad \text{b) } \operatorname{tg} \gamma = \frac{g}{r_1 - k} \quad \text{c) } a = (r_f + r_n) \operatorname{sen} \gamma \quad \text{d) } b = r_1 + (r_f + r_n) \operatorname{sen} \gamma$$

(7.98)

Para la posición (b) de la leva y rueda de contacto, se presenta la relación de ángulos:

$$\text{a) } \varphi = \gamma - \varepsilon \quad \text{b) } \theta = \varepsilon + \beta'$$

(7.99)

Y además:

$$\text{a) } k = r \operatorname{sen}(\beta - 90^\circ) \quad \text{y} \quad \text{b) } g = r \cos(\beta - 90^\circ)$$

(7.100)

Para la posición c) es:

$$\theta = \varepsilon$$

(7.101)

Para las posiciones en las cuales la rueda hace contacto con el arco K_2K_4 , el radio r_1 , distancia entre O y A_2 , coincide con la manivela y la distancia l coincide con la biela, del mecanismo biela manivela de la figura (Fig.7.15c). Todas las ecuaciones para esta posición son similares a las dadas por las expresiones (7.85), (7.94) y (7.95), conteniendo r_1 , l_1 y r_1/l_1 en lugar de r , l y r/l .

La pieza empujada opone una fuerza resistente en dirección de OB_2 , teniendo la fuerza motriz, que realiza la leva sobre la pieza empujada, la dirección A_1B_2 siendo en este caso el ángulo φ que forma OB_2A_1 , el ángulo de presión.

Leva de arco circular con pieza empujada en forma de placa (seta)

El perfil de esta leva se construye también con arcos de círculos, según se muestra en la figura (Fig.7.16), siendo éstos, el arco K_0K_2 con centro en A_1 y el arco K_2K_4 con centro en A_2 .

La figura (Fig.7.16a) muestra el contacto en el punto K_1 para una posición angular ψ y una elevación x de la pieza empujada desde la posición más baja, dada por la expresión:

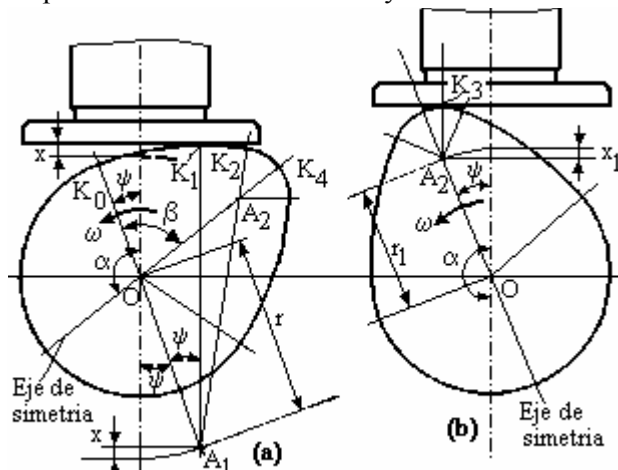


Fig.7.16

$$x = r - r \cos \psi = r (1 - \cos \psi) \quad (7.101)$$

Para obtener la velocidad u de la pieza empujada, se deriva x dada por la (7.101) respecto del tiempo:

$$u = \frac{dx}{dt} = -r(-\operatorname{sen} \psi) \frac{d\psi}{dt} \quad (7.102)$$

Pero como es:

$$\omega = \frac{d\psi}{dt} \quad (7.103)$$

Resulta, reemplazando $d\psi/dt$ por ω según la (7.103) en la (7.102) y operando, se obtiene:

$$u = \frac{dx}{dt} = r\omega \operatorname{sen} \psi \quad (7.104)$$

Para hallar la aceleración c de la pieza empujada se deriva u dada por la expresión (7.104) con respecto al tiempo, y teniendo en cuenta además la (7.103), se obtiene:

$$c = \frac{d^2x}{dt^2} = r\omega \cos \psi \frac{d\psi}{dt} = r\omega^2 \cos \psi \quad (7.105)$$

En la posición indicada en la figura (Fig.7.16b), cuando la pieza empujada en el descenso hace contacto en K_3 , el desplazamiento x_1 de la misma desde su posición más elevada, para un recorrido angular ψ_1 de la leva, será:

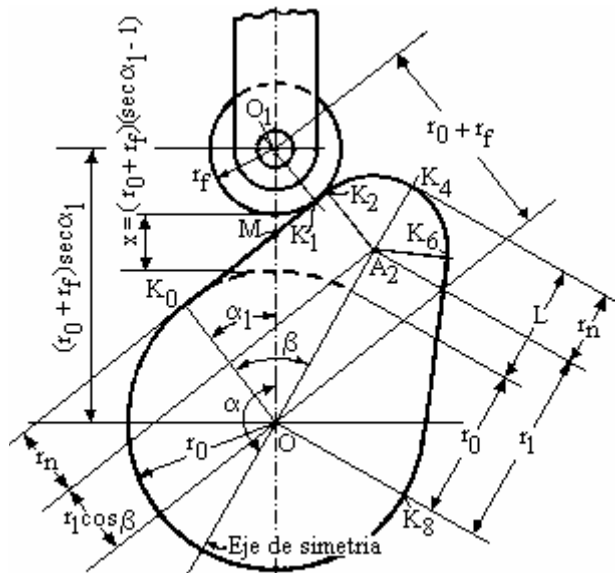
$$x_1 = r_1 - r \cos \psi_1 = r_1(1 - \cos \psi_1) \quad (7.106)$$

Derivando x_1 dada por la (7.106) respecto del tiempo, y teniendo en cuenta la (7.103), se obtiene para la velocidad u :

$$u = \frac{dx}{dt} = r_1 \operatorname{sen} \psi_1 \frac{d\psi_1}{dt} = r_1 \omega \operatorname{sen} \psi_1 \quad (7.107)$$

Para la aceleración c , de la misma manera, derivando u dada por la (7.107) respecto del tiempo, y teniendo en cuenta la (7.103), se llega a la expresión:

$$c = \frac{d^2x}{dt^2} = r_1 \omega \cos \psi_1 \frac{d\psi_1}{dt} = r_1 \omega^2 \cos \psi_1 \quad (7.108)$$



Leva de lados rectos con pieza empujada con rueda de contacto

Se trata, según se muestra en la figura (Fig.7.17), de una leva cuyos lados K_0K_2 y K_6K_8 son rectos. El arco K_2K_4 es un círculo con centro en A_2 , aplicándose a la elevación, velocidad y aceleración producidos en el desplazamiento de la pieza empujada en los puntos en contacto

en esta zona de la leva, las expresiones vistas anteriormente.

Para el tramo K_0K_2 , según los triángulos OK_0M y O_1K_1M , la elevación x está dada por la expresión:

$$x = r_0 \sec \alpha_1 - r_0 + r_f \sec \alpha_1 - r_f \quad (7.109)$$

Sacando factor común en la (7.109):

$$x = (r_0 + r_f)(\sec \alpha_1 - 1) \quad (7.110)$$

Donde es α_1 la posición angular de la leva respecto del radio OK_0 al comienzo de la elevación. Derivando x dada por (7.110) con respecto al tiempo, para hallar la velocidad u , y teniendo en cuenta que es:

$$\omega = \frac{d\alpha_1}{dt}$$

(7.111)

Se obtiene:

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega(r_0 + r_f) \operatorname{tg} \alpha_1}{\cos \alpha_1}$$

(7.112)

La aceleración c , surge de derivar la expresión (7.112) que da la velocidad, respecto del tiempo y de considerar la (7.111):

$$c = \frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2(r_0 + r_f) (\sec^3 \alpha_1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_1 \sec \alpha_1)$$

(7.113)

Reemplazando las funciones trigonométricas por otras funciones que dan los mismos valores, se obtiene:

$$c = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{\omega^2(r_0 + r_f)}{\cos \alpha_1} (1 + 2\operatorname{tg}^2 \alpha_1)$$

(7.114)

De la figura se obtienen además las siguientes relaciones:

$$\text{a) } r_0 + L = r_1 + r_n; \quad \text{b) } r_0 = r_n + r_1 \cos \beta; \quad \text{c) } L = r(1 - \cos \beta)$$

(7.115)

En el comienzo de la elevación, en el punto K_0 el ángulo es cero, o sea:

$$\alpha_1 = 0$$

(7.116)

Cuando finaliza el contacto en la zona recta de la leva, en el punto K_2 , el ángulo es:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{r_1 \operatorname{sen} \beta}{r_f + r_0}$$

(7.117)

Desde el punto K_2 hasta el punto K_6 , el movimiento es igual al ya analizado en leva de arco circular con rueda de contacto, y se rige por las relaciones vistas en dicho caso.

-----()-----

Apuntes de clases extractados de la siguiente bibliografía

| TÍTULO | AUTOR | EDITORIAL |
|--------------------------------------|------------------------|--------------|
| - Manual del Constructor de Máquinas | H. Dubbel | Labor |
| - Elementos de Máquinas | Dr. Ing. O. Fratschner | Gustavo Gili |
| - Proyecto de Elementos de Máquinas | M. F. Spotts | Reverté |
| - Manual del Ingeniero Hütte II A | Academia Hütte | Gustavo Gili |
| - Manual del Ingeniero Mecánico | Baumeister y Marks | Uteha |
| - Mecanismos | J. Stiles Beggs | H.A.S.A. |
| - Resistencia de Materiales | Alvin Sloane | Uteha |
| - Diseño en Ingeniería Mecánica | J. Shigley | McGraw-Hill |
| - Elementos de Máquinas | Pezzano-Klein | El Ateneo |
| - elementos de Mecanismos | Doughtie Jones | C.E.C.S.A. |
| - Mecánica Técnica y Mecanismos | L.A. Facorro Ruiz | Melior |
| - Fundamentals of Mechanical Design | M. Phelan | McGraw-Hill |
| - Mecanismos | S.N. Kozehvnikov | Gustavo Gili |